TAREAS MATEMÁTICAS EN EL SALÓN DE CLASE DE ACUERDO AL CURRÍCULO COSTARRICENSE.

Johanna Mena González
Ministerio de Educación Pública.
Escuela de Educación, Universidad Estatal a Distancia.
Costa Rica.
jmenag@uned.ac.cr

RESUMEN

En este trabajo se presenta una propuesta didáctica, que pretende mostrar cómo con la adecuada selección de tareas matemáticas, es posible potenciar los elementos curriculares formulados en el programa de estudios de matemáticas costarricense. La generación de capacidades cognitivas superiores en el programa de estudios no se concibe únicamente a través de los conocimientos o las habilidades específicas, se requiere de la interacción de otros elementos curriculares tales como: procesos matemáticos, ejes disciplinares y conexión de las áreas entre otros.

PALABRAS CLAVES

Resolución de problemas, educación matemática, propuesta didáctica, currículo.

INTRODUCCIÓN

La resolución de problemas como estrategia metodológica propuesta en el programa de estudios costarricense, requiere que el docente de matemáticas reflexione acerca de los problemas o tareas que plantea a sus estudiantes. Dicha reflexión se debe centrar en el papel de cada uno de los elementos curriculares y en cómo es posible potenciarlos a través de las actividades realizadas en la clase. Es bajo este enfoque que se busca brindar un ejemplo de cómo es posible lograr la sinergia adecuada entre procesos matemáticos, integración de habilidades, ejes disciplinares y áreas matemáticas.

El presente trabajo se estructura de la siguiente manera: se presenta en un inicio una breve discusión teórica que ubica al lector en los elementos curriculares sujetos a análisis en la propuesta didáctica. Luego a través de un ejemplo concreto se muestra en la práctica cómo se interrelacionan estos elementos curriculares. Posteriormente se analizan una serie de indicaciones y conclusiones acerca de los hallazgos más significativos de la puesta en práctica de la propuesta. Por último, se indican una serie de recomendaciones.

OBJETIVO GENERAL

Analizar a través de un ejemplo concreto, cómo el adecuado diseño y selección de una tarea matemática pueden potenciar los elementos curriculares propuestos en el programa de estudios de matemáticas costarricense.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Interpretar como la interacción de los elementos curriculares propuestos en el programa de estudios permite potenciar la consecución de la competencia matemática general.
2. Identificar la integración de habilidades y la conexión entre áreas matemáticas como un medio para optimizar la acción de aula.
3. Describir el papel que juega el contexto o problema seleccionado para permitir la activación de los procesos matemáticos.
4. Identificar el papel de los cincos ejes disciplinares en la consecución de la competencia matemática general que propone el programa de matemáticas costarricense.

ANTECEDENTES

El programa de estudios de matemáticas costarricense aprobado en el 2012 apuesta a la resolución de problemas como enfoque curricular. En este currículo la competencia matemática general tiene un papel esencial y es quien guía la interacción de los demás elementos curriculares.

> La competencia matemática general (…) se interpreta aquí como una capacidad de usar las matemáticas para entender y actuar sobre diversos contextos reales, subraya una relación de esta disciplina con los entornos físicos y socioculturales y también brinda un lugar privilegiado al planteamiento y resolución de problemas. En esta visión la competencia matemática está definida por un poderoso sentido práctico. (MEP, 2012, p. 14)

La orientación metodológica que plantea el programa de estudios de matemáticas, es la adecuada selección de problemas o tareas en esta área; ya que a través de los problemas propuestos por el docente en el aula, es que se puede potenciar el desarrollo de la competencia matemática general.

> Este estilo obliga a una preparación cuidadosa de la lección, involucrando la escogencia de los problemas, los tiempos a destinar para cada paso y la acción docente en cada momento, que no es solamente guía general para la construcción de aprendizajes automáticos, sino que posee un carácter central en la interacción social y cognitiva de aula. (MEP, 2012, p. 44)

Estructura de la clase.

La acción de aula busca que el estudiante tenga un papel activo en la construcción del conocimiento. Para ello se propone que la clase debe estar estructurada en un primer momento en cuatro fases:

1. Propuesta de un problema.
2. Trabajo estudiantil independiente.
3. Discusión interactiva y comunicativa.
4. Clausura o cierre. (MEP, 2012, p. 41)

Luego en un segundo momento denominado movilización y aplicación de los conocimientos, se deben fortalecer las habilidades trabajadas en el primer momento antes de avanzar a los nuevos aprendizajes. En esta fase se debe tener cuidado en no caer en la repetición innecesaria de ejercicios, que reducen el interés de los estudiantes.

Dentro de esta metodología , es claro que los cuatro momentos de la primera etapa son importantes, sin embargo, es crucial el momento inicial cuando se propone el problema, ya que a partir de este se desencadena la construcción de los aprendizajes, lo que subraya la importancia de una adecuada planificación y selección del problema o tarea matemática inicial. Además, las características del problema inicial determinarán el desarrollo de capacidades cognitivas superiores. “Los conocimientos matemáticos o las habilidades específicas no generan por sí mismos capacidades cognitivas más amplias que nutran la competencia matemática” (MEP, 2012, p. 26). Los conocimientos matemáticos, las habilidades generales, las habilidades específicas y los procesos matemáticos (razonar y argumentar, plantear y resolver problemas, conectar, comunicar y representar) interactúan entre sí para alcanzar la competencia matemática. Además, todos los elementos curriculares mencionados anteriormente se ven potenciados a través de la introducción de los cinco ejes disciplinares:

- La resolución de problemas como estrategia metodológica principal.
- La contextualización activa como un componente pedagógico especial.
- El uso inteligente y visionario de tecnologías digitales.
- La potenciación de actitudes y creencias positivas en torno a las Matemáticas.
- El uso de la Historia de las Matemáticas. (MEP, 2012, p. 35).

El docente debe considerar durante la planificación de sus lecciones la incorporación de alguno de estos ejes, ya que estos le permiten enriquecer la consecución de la competencia matemática general. Además, es importante comprender el papel de la integración de habilidades y la conexión entre áreas matemáticas que junto a los componentes descritos arriba conforman el engranaje del programa de estudios de matemáticas.

POBLACIÓN Y MUESTRA

Para la realización de la experiencia se trabajó con un grupo de 28 estudiantes de noveno año del Liceo Enrique Guier Sáenz, Paraíso de Cartago, durante el primer trimestre del curso lectivo del 2017. La selección de los participantes se realizó por conveniencia dada las características particulares de la actividad propuesta.

DISCUSIÓN Y VALORACIÓN DE RESULTADOS

A continuación se detalla la experiencia propuesta:

Se trabajó en dos sesiones de 80 minutos cada una donde la propuesta didáctica se ejecutó en dos momentos, mediante la aplicación de una guía de trabajo (Ver anexo 1). La actividad se desarrolló antes de trabajar el tema de cálculos y estimaciones, es decir, no conocían en ese momento la operatoria algorítmica de expresiones radicales.

Nivel escolar: Noveno año

Habilidades generales desarrolladas:

- Plantear y resolver problemas en diferentes contextos donde se requiera el uso de las operaciones y representaciones numéricas. (MEP, 2012, p. 275).
- Seleccionar y aplicar métodos y herramientas para calcular y operar con números reales. (MEP, 2012, p. 275).
- Utilizar la estimación, el cálculo mental, el papel y lápiz o la calculadora, según sea el caso, para el cálculo de operaciones con números enteros, racionales y reales. (MEP, 2012, p. 275).
- Aplicar diversas propiedades y transformaciones de las figuras geométricas. (MEP, 2012, p. 301).

Habilidades específicas desarrolladas:

- Identificar números irracionales en diversos contextos (MEP, 2012, p. 292).
- Identificar números reales (racionales e irracionales) y no reales en cualquiera de sus representaciones y en diversos contextos (MEP, 2012, p. 292)
- Estimar el valor de la raíz de un número entero (MEP, 2012, p. 292)
- Utilizar la calculadora para resolver operaciones con radicales. (MEP, 2012, p. 292)
- Resolver problemas que involucren ángulos, triángulos, cuadriláteros, sus propiedades y cálculo de áreas. (MEP, 2012, p. 305)

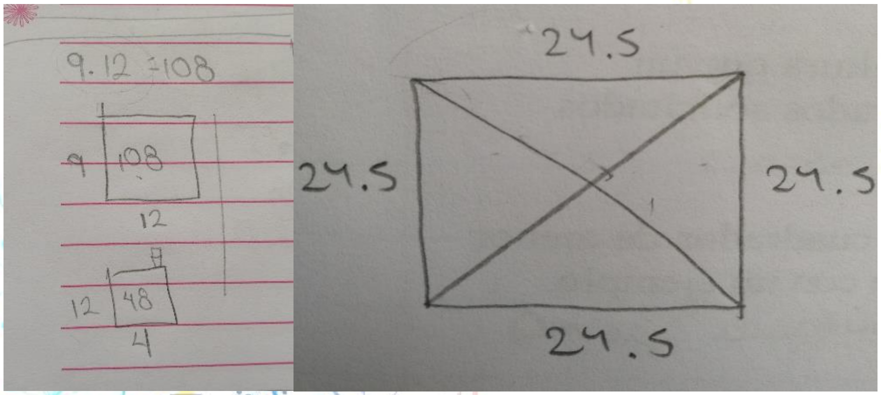
Conocimientos

- Números reales: Números irracionales, concepto de número real, representaciones.
- Cálculos y estimaciones: Suma, resta, multiplicación, división, potencias y radicales.
- Cuadriláteros: Áreas.

La actividad propuesta permitió abordar el tema de las operaciones con radicales a partir del dominio del concepto de raíz cuadrada en relación con la noción de área de un cuadrado. Se debió establecer la longitud del lado del cuadrado de área $98cm^2$, para luego determinar la descomposición en cuadrados de menores dimensiones (donde el área sea un número natural). La idea del problema propuesto es que al colocar cada uno de los cuadrados de menor tamaño uno sobre otro, la altura que se alcance debe ser igual a la longitud del lado del cuadrado original (cuadrado de área $98cm^2$). Para ello se requiere de un adecuado manejo de las nociones de área, raíz y de número real; no solamente eso, sino es vital establecer relaciones entre estos conceptos.

El problema planteado permite la activación en un alto gado de los procesos matemáticos *razonar y argumentar* y *plantear y resolver problemas*, ya que al resolver la actividad se requiere más que la aplicación de un algoritmo, reflexionar en torno a la relación de los conceptos involucrados, para luego establecer una adecuada estrategia de solución. Una de las principales dificultades observadas en los estudiantes fue precisamente establecer esas conexiones entre conceptos (área, números reales, raíces). Incluso en algunos casos se observó una fuerte confusión entre las nociones de área, perímetro y lado de un cuadrado que les impidió abordar satisfactoriamente el problema.

Figura 1. Dificultades con la noción de área de un cuadrado.



Fuente: Elaboración propia.

Una posible justificación a dicha dificultad subyace al hecho de que los estudiantes no están expuestos con regularidad a la integración de habilidades o a la interacción entre áreas en este caso geometría y números. También el abordaje de estos temas se realiza en primaria, donde se afronta principalmente el cálculo aritmético a partir de fórmulas preestablecidas.

Una vez identificado que la longitud del lado del cuadrado mayor, los estudiantes establecen como estrategia inicial buscar aproximaciones. La conclusión natural a la que se debe llegar es que no es posible determinar el lado del cuadrado en forma exacta, ya que su área es natural (noción geométrica de raíz cuadrada).

Otro de los aspectos en que los estudiantes mostraron dificultad fue en descomponer la expresión irracional que corresponde al lado del cuadrado de 98cm^2. La mayoría de los estudiantes logró determinar que $\sqrt{98} = 7\sqrt{2}$ para indicar una solución, pero sólo dos grupos de estudiantes encontraron otras equivalencias. De acuerdo a lo observado se cree que dicha dificultad se debe a problemas con la interpretación de la noción de expresión radical y la compresión de los números irracionales.

A pesar de que la mayoría de los estudiantes contaban con una calculadora científica, se les dificultó su uso para aproximar o para establecer los nexos con expresiones radicales (dado que la calculadora les permite visualizar diferentes representaciones de números reales).

Por otro lado, un aspecto interesante que se observó, fue precisamente que a pesar de que se permitió el uso de la calculadora científica o Apps para teléfonos móviles para que realizarán este tipo de cálculos, la mayoría de los estudiantes no utilizó dichos apoyos o no le dio un uso adecuado. Lo anterior se puede deber al poco manejo de las herramientas o a deficiencias en el entendimiento de los alcances y conceptos involucrados en el problema propuesto.

CONCLUSIONES

Después del desarrollo de la propuesta didáctica se pueden indicar las siguientes conclusiones:

- La utilización de la tecnología, en este caso la calculadora científica permite potenciar la actividad, ya que el estudiante no se concentra en los algoritmos, sino en la interpretación de los conceptos matemáticos involucrados.

- El problema busca mostrar un ejemplo de cómo abordar un tema cuya aplicación ha dejado de ser relevante con la aparición de las calculadoras, pero cuya importancia conceptual sigue plenamente vigente.

- La propuesta didáctica da espacio a la integración de habilidades, así como a la conexión entre áreas (geometría y números).

- Este tipo de tareas matemáticas permiten activar los cinco procesos matemáticos de la siguiente manera:

  Razonar y argumentar. Se debe identificar información matemática que no está dada en forma explícita (medida del lado del cuadrado de área $98cm^2$) para responder preguntas que ameritan una mayor argumentación

  Plantear y resolver problemas. Se debe plantear una estrategia de solución a partir de un contexto poco familiar, pero dónde se identifican con claridad los procedimientos a utilizar

  Conectar. Hay que relacionar conceptos matemáticos de dos áreas diferentes (geometría y números).

  Comunicar. El estudiante debe comunicar en forma breve los resultados obtenidos con lenguaje matemático preciso.

  Representar. Hay que interpretar y razonar a partir de la información codificada en el contexto proporcionado en el problema.

- Se establece conexión con el eje disciplinar: uso de la historia de las matemáticas.

  El uso de las calculadoras y otros dispositivos tecnológicos, no debe hacer desaparecer la interpretación del concepto de raíz cuadrada, lo anterior debido a que la falta de tratamiento del problema de las aproximaciones de un irracional puede reforzar todavía más las creencias de los estudiantes, pues los llevan a la confusión entre un número irracional y sus aproximaciones. A lo largo de la historia se han realizado decenas de aproximaciones al concepto de raíz y de número irracional en general. En el caso específico de la propuesta abordada en este trabajo se muestra una interpretación geométrica de la raíz cuadrada: desde el punto de vista geométrico, hallar la raíz cuadrada de un número equivale a determinar el lado de un cuadrado de área dada y no sólo eso se muestra la relación entre expresiones radicales equivalentes y su representación geométrica. Dentro de esta perspectiva la actividad se puede ampliar a la noción de raíz cúbica y su relación con el volumen de un cubo (ver anexo 2).

RECOMENDACIONES

Se mencionó en los antecedentes, que no es posible potenciar la consecución de la competencia matemática general, sino se plantean en clase tareas matemáticas que involucren todos los elementos curriculares más allá de los conocimientos y las habilidades. Al proponer esta actividad se planteó la necesidad de que el docente reflexione acerca de la importancia de una adecuada selección de las tareas matemáticas en el salón de clase, que permitan restar los elementos curriculares y a la vez interactúen. Dentro de esta línea se proponen las siguientes reflexiones generales:

- La capacidad para identificar y usar las matemáticas y las relaciones entre sus áreas son una parte esencial de la competencia matemática que se desea potenciar en el programa de estudios. Por lo tanto, es recomendable mostrar la interacción entre áreas en las tareas que proponemos a los estudiantes, pues esto permite desarrollar de una manera “natural” la competencia matemática.

- En el programa de estudios se indica un particular interés por el uso de los contextos reales, aunque se debe entender que en el trabajo de aula, no es posible desligar a la matemática de su naturaleza abstracta. De allí la importancia de proponer problemas con un carácter matemático abstracto, es decir, no se trata sólo de mostrar contextos reales.

- La integración de habilidades fortalece la interacción de un conjunto de habilidades más allá de la simple suma de cada una de ellas, consideradas como entes por separado. Además, integrar permite optimizar los tiempos para la acción de aula. En este sentido la propuesta mostrada en este trabajo se puede abordar al inicio de la unidad de números en noveno año, para que de este modo se trabajen las primeras habilidades del programa de estudios en forma integrada.

- Los ejes disciplinares enriquecen la consecución de la competencia matemática general, con el ejemplo concreto mostrado en este trabajo los ejes relacionados con el uso de la tecnología, en un sentido de apoyo o herramienta más que un fin en sí misma y el uso de la historia de matemática para inspirar el contexto del problema fortalece en gran medida la propuesta de trabajo. En este sentido se recomienda que el docente incorpore al menos uno de estos ejes en su planeamiento didáctico diario.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). Programas de Estudio Matemáticas.

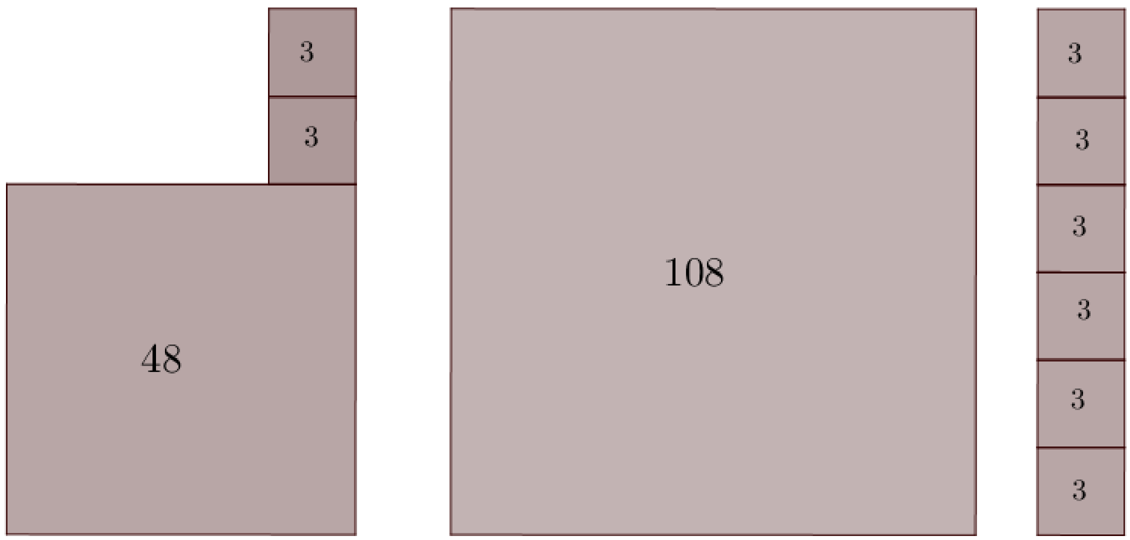
Educación General Básica y Ciclo Diversificado. Costa Rica: autor.
Miralles, J., & Deulofeo, J. (2006). Aproximación de las raíces cuadradas. *SUMA*, *52*, 7-14.

Recuperado de: https://revistasuma.es/IMG/pdf/52/007-014.pdf
Wagner, David. "We Have a Problem Here: 5 + 20 = 45?" *Mathematics Teacher* 96 (December 2003): 612–616.

ANEXO 1

Apilando cuadrados.[1]

En la siguiente figura, el cuadrado ubicado en el centro tiene la misma altura que los cuadrados apilados a sus lados.



El área del cuadrado central es de 108 cm^2, cada uno de los cuadrados apilados a la izquierda del cuadrado central tiene un área de 3cm^2 y el área de los cuadrados colocados a la derecha tienen áreas de 48cm^2 y 3cm^2 respectivamente.

Responda las siguientes interrogantes:

a. Puede usted hallar, una pila de cuadrados que posea la misma altura que un cuadrado de 98cm^2 de área. Considere que las áreas de los cuadrados solicitados deben ser números naturales.

[1] Adaptado de: Wagner, David. "We Have a Problem Here: 5 + 20 = 45?" *Mathematics Teacher* 96 (December 2003): 612–616.

b. ¿Cuántas formas diferentes hay para hacer las pilas?
c. ¿Existe un cuadrado donde no sea posible encontrar una pila de cuadrados de menor tamaño con la misma altura que el cuadrado original? Justifique con un ejemplo.

Para ampliar…

a. Piense qué sucedería si en lugar de cuadrados consideramos cubos.

ANEXO 2

Propuesta para profundizar el trabajo
Apilando cubos.[1]

Un cubo de volumen igual a $135cm^3$ tiene la misma altura que cubos con volúmenes de $40cm^3$ y $5cm^3$ cuando son apilados.

Responda lo que se le solicita.

a. Puede usted determinar otra forma de apilar cubos cuya altura sea la misma que el cubo de $135cm^3$. Considere que los volúmenes de los cubos solicitados deben ser números naturales.

b. ¿Es posible determinar una manera de usar cubos más pequeños para cubrir la cara de un cubo más grande? Por ejemplo, la siguiente figura muestra seis cubos más pequeños que cubren exactamente la cara de un cubo de 54 cm^3 (el de mayor tamaño). ¿Cuál es el volumen de cada uno de los cubos más pequeños? Describa un método para encontrar otros arreglos de cubos con caras coincidentes. (Como con las pilas de cuadrados, utilice sólo números naturales.)